

Вопросы к экзамену:

1. Определение котангенса, его свойства.
2. Основные тригонометрические тождества.
3. Определение косинуса, его свойства.
4. Функция  $y = \text{arcctg}x$ , ее свойства и график. Определение  $\text{arcctg}x$ .
5. Определение синуса, его свойства.
6. Функция  $y = \text{arctg}x$ , ее свойства и график. Определение  $\text{arctg}x$ .
7. Основные тригонометрические тождества.
8. Функция  $y = \text{arccos}x$ , ее свойства и график. Определение  $\text{arccos}x$ .
9. Определение тангенса, его свойства.
10. Функция  $y = \text{arcsin}x$ , ее свойства и график. Определение  $\text{arcsin}x$ .
11. Функция  $y = \text{ctg}x$ , ее свойства и график.
12. Функция  $y = \text{tg}x$ , ее свойства и график.
13. Формулы приведения.
14. Функция  $y = \text{cos}x$ , ее свойства и график.
15. Формулы двойного аргумента. Формулы понижения степени.
16. Функция  $y = \text{sin}x$ , ее свойства и график.
17. Простейшие тригонометрические уравнения. Методы решения тригонометрических уравнений.
18. Определение производной. Вывести производную для  $y = kx + b$ .
19. Вывести производную для  $y = 1/x$ .
20. Вывести производную для  $y = x^2$ .

Практическая часть:

1. Вычислите:

а)  $\sin^2 \frac{3\pi}{7} - 2 \operatorname{tg} 1 \operatorname{ctg} 1 + \cos^2 \left(-\frac{3\pi}{7}\right) + \sin^2 \frac{5\pi}{2}$  б)

в)  $2 \arcsin \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \operatorname{arctg} (-1) + \arccos \frac{\sqrt{2}}{2}$ ;

2. Решите уравнение, найдите корни этого уравнения, принадлежащие заданному промежутку:

а)  $4 \cos^3 x - 2\sqrt{3} \cos 2x + 3 \cos x = 2\sqrt{3}$ . б)  $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$ .

3. Упростите выражение:

а)  $\frac{\sin t}{1 + \cos t} + \frac{\sin t}{1 - \cos t}$ ; б)  $(\operatorname{tg} t + \operatorname{ctg} t)^2 - (\operatorname{tg} t - \operatorname{ctg} t)^2$ ;

в)  $\sin(\pi - x) \cos \left(x - \frac{\pi}{2}\right) - \sin \left(\frac{\pi}{2} + x\right) \cos(\pi - x)$ ;

4. Вычислите  $\cos \left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right)$ , если  $\cos \alpha = -\frac{1}{3}$  и  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ .

5. Докажите тождество:

а)  $\frac{(\sin t + \cos t)^2 - 1}{\operatorname{ctg} t - \sin t \cos t} = 2 \operatorname{tg}^2 t$  б)  $\left(\frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha} + \frac{\cos \alpha}{1 - \sin \alpha}\right) \sin 2\alpha = 4 \sin \alpha$ ;

6. Вычислите:

а)  $\operatorname{tg} 2,5 \operatorname{ctg} 2,5 + \cos^2 \pi - \sin^2 \frac{\pi}{8} - \cos^2 \frac{\pi}{8}$ ;

б)  $3 \arcsin \frac{1}{2} + 4 \arccos \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) - \operatorname{arctg} \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ ;

7. Решите уравнение, найдите корни этого уравнения, принадлежащие заданному промежутку:

а)  $2 \sin^2 x + 3\sqrt{2} \cos \left( \frac{3\pi}{2} + x \right) + 2 = 0.$  б)  $\left[ \frac{5\pi}{2}; 4\pi \right].$

8. Упростите выражение:

а)  $\operatorname{ctg}^2 t (\cos^2 t - 1) + 1;$  б)  $(3 \sin t + 4 \cos t)^2 + (4 \sin t - 3 \cos t)^2;$

в) 
$$\frac{\sin(\pi - \alpha) \operatorname{ctg} \left( \frac{\pi}{2} - \alpha \right) \cos(2\pi - \alpha)}{\operatorname{tg}(\pi + \alpha) \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{2} + \alpha \right) \sin(-\alpha)}$$

Дано:  $\cos(2\pi + t) = \frac{12}{13}, \frac{3\pi}{2} < t < 2\pi.$  Вычислите:

9.  $\operatorname{ctg}(\pi - t).$

10. Докажите тождество:

а)  $\frac{(\sin t + \cos t)^2 - 1}{\operatorname{tg} t - \sin t \cos t} = 2 \operatorname{ctg}^2 t$  б)  $\frac{1 - \cos \alpha + \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha - \sin \alpha} = \operatorname{ctg} \alpha;$

11. Вычислите:

а)  $\cos 1 + \cos(1 + \pi) + \sin \left( -\frac{\pi}{3} \right) + \cos \left( -\frac{\pi}{6} \right);$  б)

а)  $\operatorname{arctg}(-\sqrt{3}) + \operatorname{arccos} \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} \right) + \operatorname{arcsin} 1;$

12. Решите уравнение, найдите корни этого уравнения, принадлежащие заданному промежутку:

а)  $2 \sin^2 x + \sqrt{2} \sin \left( x + \frac{\pi}{4} \right) = \cos x.$  б)  $\left[ -2\pi; -\frac{\pi}{2} \right].$

13. Упростите выражение:

а)  $\frac{\cos t}{1 + \sin t} + \frac{\cos t}{1 - \sin t}$  б)  $\sin t \cos t (\operatorname{tg} t + \operatorname{ctg} t)$

в)  $\sin(\pi + \alpha) \cos \left( \frac{\pi}{2} + \alpha \right) - \cos(2\pi + \alpha) \sin \left( \frac{3\pi}{2} - \alpha \right)$

14. Вычислите  $\cos(x + y)$ , если  $\sin x = \frac{3}{5}, \frac{\pi}{2} < x < \pi$  и  $\cos y = \frac{5}{13}, \frac{3\pi}{2} < y < 2\pi.$

15. Докажите тождество:

а)  $\left( \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} + \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} \right) \sin 2\alpha = 4 \cos \alpha;$

б)  $\sin^3 t(1 + \operatorname{ctg} t) + \cos^3 t(1 + \operatorname{tg} t) = \sin t + \cos t;$

16. Вычислите:

а)  $\sin 2 + \sin(2 + \pi) + \cos^2\left(-\frac{\pi}{12}\right) + \sin^2 \frac{\pi}{12}.$

б)  $\arcsin(-1) - \frac{3}{2} \arccos \frac{1}{2} + 3 \operatorname{arcctg}\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right).$

17. Решите уравнение, найдите корни этого уравнения, принадлежащие заданному промежутку:

а)  $\sqrt{6} \cos x + 2 \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + \sqrt{3} = \sin 2x.$  б)  $\left[3\pi; \frac{9\pi}{2}\right].$

18. Упростите выражение:

а)  $\frac{\operatorname{tg} t + 1}{1 + \operatorname{ctg} t}.$  б)  $\sin^2 t \cos^2 t (\operatorname{tg}^2 t + \operatorname{ctg}^2 t + 2).$

в)  $\frac{\sin(\pi + \alpha) \cos(2\pi - \alpha)}{\operatorname{tg}(\pi - \alpha) \cos(\alpha - \pi)}$

19. Дано:  $\sin t = \frac{4}{5}, \frac{9\pi}{2} < t < 5\pi.$  Вычислите:  $\cos(-t) + \sin(-t).$

20. Докажите тождество:

а)  $\frac{1 - 4 \sin^2 t \cos^2 t}{(\sin t + \cos t)^2} + 2 \sin t \cos t = 1$  б)  $\frac{1 - \cos 2\alpha + \sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha + \sin 2\alpha} = \operatorname{tg} \alpha.$